Exámenes de Selectividad

Física. Andalucía 2023, Ordinaria

mentoor.es

Pregunta A. Opción 1. Campo Gravitatorio

a) Un satélite de masa m orbita a una altura h sobre un planeta de masa M y radio R.
   i. Deduzca la expresión de la velocidad orbital del satélite y exprese el resultado en función de M, R y h.
   ii. ¿Cómo cambia su velocidad si la masa del planeta se duplica? ¿Y si se duplica la masa del satélite?

b) Un cuerpo de 5 kg desciende con velocidad constante desde una altura de 15 m por un plano inclinado con rozamiento que forma 30° con respecto a la horizontal. Sobre el cuerpo actúa una fuerza de 20 N paralela al plano y dirigida en sentido ascendente.
   i. Realice un esquema con las fuerzas que actúan sobre el cuerpo.
   ii. Determine razonadamente el trabajo realizado por cada una de las fuerzas hasta que el cuerpo llega al final del plano.

Dato: $g = 9,8\,\mathrm{m/s^2}$

Solución:

a) Un satélite de masa m orbita a una altura h sobre un planeta de masa M y radio R.
   i. Deduzca la expresión de la velocidad orbital del satélite y exprese el resultado en función de M, R y h.

Para deducir la expresión de la velocidad orbital, aplicamos la segunda ley de Newton y la ley de gravitación universal. La fuerza gravitatoria que actúa sobre el satélite es:

$$F = G \cdot \frac{M \cdot m}{(R+h)^2}.$$

Esta fuerza proporciona la aceleración centrípeta necesaria para el movimiento circular uniforme del satélite:

$$F = m \cdot \frac{v^2}{R+h}.$$

Igualando ambas expresiones:

$$G \cdot \frac{M \cdot m}{(R+h)^2} = m \cdot \frac{v^2}{R+h}.$$

Simplificando m y $R+h$:

$$G \cdot \frac{M}{R+h} = v^2.$$

Despejando v:

$$v = \sqrt{G \cdot \frac{M}{R+h}}.$$

Por lo tanto, la velocidad orbital del satélite es $\boldsymbol{v = \sqrt{G \cdot \frac{M}{R+h}}}$**.**

   ii. ¿Cómo cambia su velocidad si la masa del planeta se duplica? ¿Y si se duplica la masa del satélite?

De la expresión de la velocidad orbital obtenida:

$$v = \sqrt{G \cdot \frac{M}{R+h}}.$$

Observamos que v depende de M pero no de m.

Si la masa del planeta se duplica ($M' = 2M$):

$$v' = \sqrt{G \cdot \frac{2M}{R+h}} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{G \cdot \frac{M}{R+h}} = \sqrt{2} \cdot v.$$

Es decir, la velocidad orbital aumenta en un factor $\sqrt{2}$.

Si la masa del satélite se duplica ($m' = 2m$):

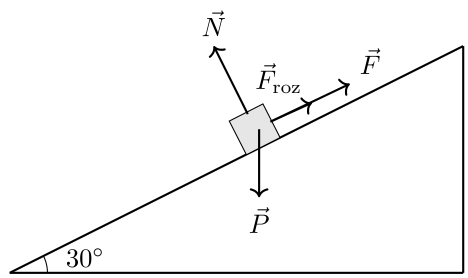
$$v' = \sqrt{G \cdot \frac{2M}{R+h}} = v,$$

pues, como la expresión de v no depende de m, entonces la velocidad orbital v no cambia.

Por lo tanto, al duplicar la masa del planeta, la velocidad orbital aumenta en $\sqrt{2}$ veces, y al duplicar la masa del satélite, la velocidad no cambia.

b) Un cuerpo de 5 kg desciende con velocidad constante desde una altura de 15 m por un plano inclinado con rozamiento que forma 30° con respecto a la horizontal. Sobre el cuerpo actúa una fuerza de 20 N paralela al plano y dirigida en sentido ascendente.

i. Realice un esquema con las fuerzas que actúan sobre el cuerpo.



Las fuerzas que actúan sobre el cuerpo son:
* El peso $\vec{P}$, dirigido verticalmente hacia abajo.
* La fuerza normal $\vec{N}$, perpendicular al plano inclinado.
* La fuerza de rozamiento $\vec{F}_{\text{roz}}$, paralela al plano y opuesta al movimiento.
* La fuerza externa $\vec{F} = 20\,\text{N}$, paralela al plano y dirigida hacia arriba.

Por lo tanto, las fuerzas que actúan son $\vec{P}$, $\vec{N}$, $\vec{F}_{\text{roz}}$ y $\vec{F}$, como se muestra en el esquema.

ii. Determine razonadamente el trabajo realizado por cada una de las fuerzas hasta que el cuerpo llega al final del plano.

Dado que el cuerpo desciende desde una altura de 15 m, calculamos la longitud del plano inclinado ℓ:

$$h = \ell \cdot \sin 30^\circ \quad \Rightarrow \quad \ell = \frac{h}{\sin 30^\circ} = \frac{15\,\text{m}}{0{,}5} = 30\,\text{m}.$$

Como el cuerpo desciende con velocidad constante, la aceleración es cero, por lo que la suma de las fuerzas paralelas al plano es cero:

$$\sum F_{\parallel} = 0 \quad \Rightarrow \quad P \cdot \sin 30^\circ - F - F_{\text{roz}} = 0.$$

Despejando la fuerza de rozamiento:

$$F_{\text{roz}} = P \cdot \sin 30^\circ - F = m \cdot g \cdot \sin 30^\circ - F.$$

Sustituyendo:

$$F_{\text{roz}} = 5\,\text{kg} \cdot 9{,}8\,\text{m/s}^2 \cdot 0{,}5 - 20\,\text{N} = (24{,}5\,\text{N}) - 20\,\text{N} = 4{,}5\,\text{N}.$$

El trabajo realizado por el peso W_P es:

$$W_P = P \cdot l \cdot \cos 60^\circ = 5\,\text{kg} \cdot 9{,}8\,\text{m/s}^2 \cdot 30\,\text{m} \cdot \cos 60^\circ = 735\,\text{J}.$$

El trabajo realizado por la fuerza $\vec{F}$ es:

$$W_F = F \cdot \ell \cdot \cos 180^\circ = 20\,\text{N} \cdot 30\,\text{m} \cdot (-1) = -600\,\text{J}.$$

El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento W_{roz} es:

$$W_{\text{roz}} = F_{\text{roz}} \cdot \ell \cdot \cos 180^\circ = 4{,}5\,\text{N} \cdot 30\,\text{m} \cdot (-1) = -135\,\text{J}.$$

La fuerza normal es perpendicular al desplazamiento, por lo que su trabajo es cero:

$$W_N = N \cdot \ell \cdot \cos 90^\circ = 0.$$

Por lo tanto, los trabajos realizados son: $W_P = 735\,\text{J}$, $W_F = -600\,\text{J}$, $W_{\text{roz}} = -135\,\text{J}$ y $W_N = 0\,\text{J}$.

Pregunta A. Opción 2. Campo Gravitatorio

a) **i. Escriba la expresión del potencial gravitatorio creado por una masa puntual M, indicando las magnitudes que aparecen en la misma.**
ii. Razone el signo del trabajo realizado por la fuerza gravitatoria cuando una masa m, inicialmente en reposo en las proximidades de M, se desplaza por acción del campo gravitatorio.

b) **Recientemente la NASA envió la nave ORION-Artemis a las proximidades de la Luna. Sabiendo que la masa de la Tierra es 81 veces la de la Luna y la distancia entre sus centros es $3,84 \cdot 10^5$ km:**
i. Calcule en qué punto, entre la Tierra y la Luna, la fuerza ejercida por ambos cuerpos sobre la nave es cero.
ii. Determine la energía potencial de la nave en ese punto sabiendo que su masa es de 5000 kg.

Dato: $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ N m^2/kg^2, $M_T = 5,98 \cdot 10^{24}$ kg

Solución:

a) **i. Escriba la expresión del potencial gravitatorio creado por una masa puntual M, indicando las magnitudes que aparecen en la misma.**

El potencial gravitatorio V_g creado por una masa puntual M a una distancia r es:

$$V_g = -G \cdot \frac{M}{r},$$

donde:
* V_g es el potencial gravitatorio en joules por kilogramo (J/kg),
* G es la constante de gravitación universal, $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2/\mathrm{kg}^2$,
* M es la masa puntual que genera el campo gravitatorio, medida en kilogramos (kg),
* r es la distancia desde el centro de la masa M hasta el punto donde se calcula el potencial, medida en metros (m).

Por lo tanto, la expresión del potencial gravitatorio es $V_g = -G \cdot (M/r)$, donde G es la constante de gravitación universal, M es la masa puntual y r es la distancia al punto considerado.

ii. Razone el signo del trabajo realizado por la fuerza gravitatoria cuando una masa m, inicialmente en reposo en las proximidades de M, se desplaza por acción del campo gravitatorio.

La fuerza gravitatoria es atractiva y siempre apunta hacia la masa M. Cuando la masa m se desplaza hacia M, el desplazamiento y la fuerza tienen la misma dirección y sentido. El trabajo W realizado por una fuerza $\vec{F}$ a lo largo de un desplazamiento $\vec{d}$ es:

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d} = F \cdot d \cdot \cos\theta,$$

donde θ es el ángulo entre la fuerza y el desplazamiento. En este caso, $\theta = 0°$, por lo que $\cos 0° = 1$ y:

$$W = F \cdot d > 0,$$

pues F y d son positivos al ser módulos de vectores. Además, dado que la energía potencial gravitatoria se define como:

$$E_{\mathrm{p,g}} = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r},$$

al acercarse m a M, r disminuye, por lo que $E_{\text{p,g}}$ se vuelve más negativa. La variación de energía potencial es:

$$\Delta E_{\text{p,g}} = E_{\text{p,g, final}} - E_{\text{p,g, inicial}} < 0.$$

Por el principio de conservación de la energía:

$$W = -\Delta E_{\text{p,g}} > 0,$$

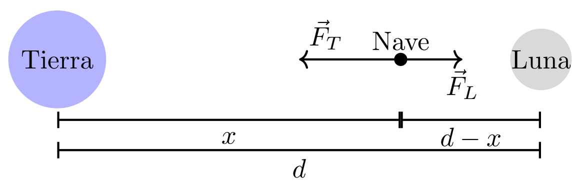
comprobando de otra forma que el trabajo es positivo

Por lo tanto, el trabajo realizado por la fuerza gravitatoria es positivo cuando m se acerca a M, ya que la fuerza gravitatoria realiza trabajo al desplazar la masa m hacia la masa M.

b) **Recientemente la NASA envió la nave ORION-Artemis a las proximidades de la Luna. Sabiendo que la masa de la Tierra es 81 veces la de la Luna y la distancia entre sus centros es $3,84 \cdot 10^5$ km:**

i. **Calcule en qué punto, entre la Tierra y la Luna, la fuerza ejercida por ambos cuerpos sobre la nave es cero.**

Sean $d = 3{,}84 \cdot 10^5$ km $= 3{,}84 \cdot 10^8$ m la distancia entre la Tierra y la Luna, y x la distancia desde el centro de la Tierra hasta el punto donde la fuerza neta sobre la nave es cero.



La fuerza gravitatoria ejercida por la Tierra sobre la nave es:

$$F_T = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{x^2}.$$

La fuerza gravitatoria ejercida por la Luna sobre la nave es:

$$F_L = G \cdot \frac{M_L \cdot m}{(d-x)^2}.$$

En el punto donde las fuerzas se equilibran:

$$F_T = F_L.$$

Como $M_T = 81 \cdot M_L$, entonces:

$$G \cdot \frac{81\, M_L \cdot m}{x^2} = G \cdot \frac{M_L \cdot m}{(d-x)^2}.$$

Simplificando G, M_L y m:

$$\frac{81}{x^2} = \frac{1}{(d-x)^2}.$$

Tomando raíces cuadradas:

$$\frac{9}{x} = \frac{1}{d-x}.$$

Despejando x:

$$x = \frac{9d}{10} = \frac{9}{10} \cdot 3{,}84 \cdot 10^8 \text{ m} = 3{,}456 \cdot 10^8 \text{ m}.$$

Por lo tanto, el punto donde la fuerza neta es cero está a $3{,}456 \cdot 10^8$ m de la Tierra.

ii. Determine la energía potencial de la nave en ese punto sabiendo que su masa es de 5000 kg.

La energía potencial gravitatoria total $E_{\mathrm{p,g}}$ en ese punto es la suma de las energías potenciales debidas a la Tierra y a la Luna:

$$E_{\mathrm{p,g}} = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{x} - G \cdot \frac{M_L \cdot m}{d-x}.$$

Sabemos que:

* $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{N \cdot m^2/kg^2}$,
* $M_T = 5{,}98 \cdot 10^{24}\,\mathrm{kg}$,
* $M_L = \dfrac{M_T}{81} = \dfrac{5{,}98 \cdot 10^{24}}{81} = 7{,}3827 \cdot 10^{22}\,\mathrm{kg}$,
* $m = 5000\,\mathrm{kg}$,
* $x = 3{,}456 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m}$,
* $d - x = 3{,}84 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m} - 3{,}456 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m} = 3{,}84 \cdot 10^{7}\,\mathrm{m}$.

Calculamos cada término:

$$\begin{aligned} E_{\mathrm{p,g}} &= -G \cdot m \left(\frac{M_T}{x} + \frac{M_L}{d-x} \right) = -6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{Nm^2/kg^2} \cdot 5000\,\mathrm{kg} \left(\frac{5{,}98 \cdot 10^{24}\,\mathrm{kg}}{3{,}456 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m}} + \frac{7{,}3827 \cdot 10^{22}\,\mathrm{kg}}{3{,}84 \cdot 10^{7}\,\mathrm{m}} \right) \\ &= -6{,}413 \cdot 10^{9}\,\mathrm{J}. \end{aligned}$$

Por lo tanto, la energía potencial de la nave en ese punto es aproximadamente $-6{,}41 \cdot 10^{9}$ J.

Pregunta B. Opción 1. Campo Electromagnético

a) **En una región del espacio hay un campo eléctrico uniforme. Una carga eléctrica negativa entra en dicha región con una velocidad $\vec{v}$, en la misma dirección y sentido del campo, deteniéndose tras recorrer una distancia d. Razone si es positivo, negativo o nulo el valor de:**
   i. **el trabajo realizado por el campo eléctrico.**
   ii. **la variación de la energía cinética, potencial y mecánica.**

b) **Dos cargas de 2 y -3 mC se encuentran, respectivamente, en los puntos $A(0,0)$ y $B(1,1)$ m.**
   i. **Represente y calcule el vector campo eléctrico en el punto $C(1,0)$ m.**
   ii. **Calcule el trabajo necesario para trasladar una carga de 1 mC desde el punto C al punto $D(0,1)$ m.**

Dato: $K = 9 \cdot 10^9$ N m^2/C^2

Solución:

a) **En una región del espacio hay un campo eléctrico uniforme. Una carga eléctrica negativa entra en dicha región con una velocidad $\vec{v}$, en la misma dirección y sentido del campo, deteniéndose tras recorrer una distancia d. Razone si es positivo, negativo o nulo el valor de:**
   i. **el trabajo realizado por el campo eléctrico.**

La fuerza eléctrica que actúa sobre la carga es:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E}.$$

Dado que la carga es negativa ($q < 0$) y el campo eléctrico $\vec{E}$ apunta en la misma dirección y sentido que la velocidad inicial, entonces la fuerza eléctrica es opuesta al campo. El trabajo realizado por el campo eléctrico es:

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d} = F \cdot d \cdot \cos 180^\circ = -F \cdot d < 0.$$

Por lo tanto, el trabajo realizado por el campo eléctrico es negativo.

   ii. **la variación de la energía cinética, potencial y mecánica.**

Variación de la energía cinética (ΔE_c):

La carga se detiene después de recorrer la distancia d, por lo que su energía cinética final es cero. Si inicialmente tenía una energía cinética $E_\mathrm{c} = \frac{1}{2}mv^2$, entonces la variación es:

$$\Delta E_\mathrm{c} = E_\mathrm{c,f} - E_\mathrm{c,i} = 0 - \frac{1}{2}mv^2 = -\frac{1}{2}mv^2 < 0.$$

Por lo tanto, la variación de energía cinética es negativa.

Variación de la energía potencial eléctrica (ΔE_pe):

En ausencia de fuerzas no conservativas, la energía mecánica se conserva:

$$\Delta E_\mathrm{mec} = \Delta E_\mathrm{c} + \Delta E_\mathrm{pe} = 0.$$

Dado que $\Delta E_\mathrm{c} < 0$, entonces:

$$\Delta E_\mathrm{pe} = -\Delta E_\mathrm{c} > 0.$$

Por lo tanto, la variación de energía potencial es positiva.

Variación de la energía mecánica (ΔE_{mec}):

En ausencia de fuerzas no conservativas, la energía mecánica total se conserva:

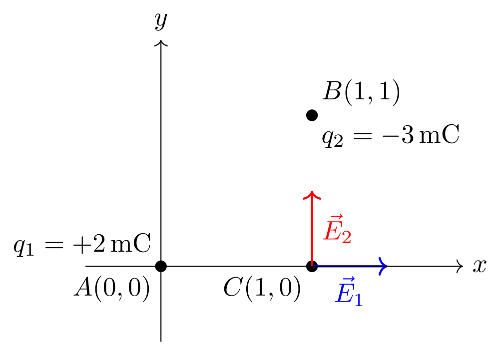
$$\Delta E_{\text{mec}} = 0.$$

Por lo tanto, la variación de energía mecánica es nula.

b) Dos cargas de 2 y -3 mC se encuentran, respectivamente, en los puntos $A(0,0)$ y $B(1,1)$ m.

i. Represente y calcule el vector campo eléctrico en el punto $C(1,0)$ m.

Representamos la situación:



Hallamos el campo eléctrico en C. Las cargas son:

$$q_1 = +2\,\text{mC} = +2 \cdot 10^{-3}\,\text{C} \quad \text{y} \quad q_2 = -3\,\text{mC} = -3 \cdot 10^{-3}\,\text{C}.$$

Calculamos los campos eléctricos debido a cada carga en C.

Campo eléctrico debido a q_1 en C, $\vec{E}_1$:

La distancia entre $A(0,0)$ y $C(1,0)$ es:

$$r_1 = \sqrt{(1-0)^2 + (0-0)^2} = 1\,\text{m}.$$

El módulo de $\vec{E}_1$ es:

$$E_1 = K \cdot \frac{|q_1|}{r_1^2} = 9 \cdot 10^9\,\frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{2 \cdot 10^{-3}\,\text{C}}{(1\,\text{m})^2} = 1{,}8 \cdot 10^7\,\text{N/C}.$$

La dirección de $\vec{E}_1$ es hacia la derecha (dirección positiva del eje x) porque q_1 es positiva. Entonces,

$$\vec{E}_1 = E_1\,\vec{\imath} = 1{,}8 \cdot 10^7\,\vec{\imath}\,\text{N/C}.$$

Campo eléctrico debido a q_2 en C, $\vec{E}_2$:

La distancia entre $B(1,1)$ y $C(1,0)$ es:

$$r_2 = \sqrt{(1-1)^2 + (0-1)^2} = 1\,\text{m}.$$

El módulo de $\vec{E}_2$ es:

$$E_2 = K \cdot \frac{|q_2|}{r_2^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{3 \cdot 10^{-3}}{(1)^2} = 2{,}7 \cdot 10^7\,\text{N/C}.$$

La dirección de $\vec{E}_2$ es hacia abajo (dirección positiva del eje y) porque q_2 es negativa y el campo eléctrico apunta hacia la carga. Entonces,

$$\vec{E}_2 = E_2\,\vec{\jmath} = 2{,}7 \cdot 10^7\,\vec{\jmath}\ \mathrm{N/C}.$$

Campo eléctrico total en C:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \left(1{,}8 \cdot 10^7\,\vec{\imath} + 2{,}7 \cdot 10^7\,\vec{\jmath}\right)\ \mathrm{N/C}.$$

Por lo tanto, el vector campo eléctrico en el punto C es $\vec{E} = 1{,}8 \cdot 10^7\,\vec{\imath} + 2{,}7 \cdot 10^7\,\vec{\jmath}\,\mathrm{N/C}$.

ii. Calcule el trabajo necesario para trasladar una carga de 1 mC desde el punto C al punto $D(0,1)$ m.

El trabajo necesario es igual a la diferencia de energía potencial eléctrica:

$$W = -\Delta E_{\mathrm{pe}} = -\left(E_{\mathrm{pe,D}} - E_{\mathrm{pe,C}}\right) = E_{\mathrm{pe,C}} - E_{\mathrm{pe,D}}.$$

Calculamos el potencial eléctrico en C y D debido a las dos cargas.

Potencial en C:

$$V_C = K\left(\frac{q_1}{r_{1C}} + \frac{q_2}{r_{2C}}\right).$$

Las distancias son:

$$r_{1C} = 1\,\mathrm{m}, \quad r_{2C} = 1\,\mathrm{m}.$$

Entonces,

$$V_C = 9 \cdot 10^9\left(\frac{2 \cdot 10^{-3}}{1} + \frac{-3 \cdot 10^{-3}}{1}\right) = -9 \cdot 10^6\,\mathrm{V}.$$

Potencial en D:

Las distancias son:

$$r_{1D} = \sqrt{(0-0)^2 + (1-0)^2} = 1\,\mathrm{m},$$
$$r_{2D} = \sqrt{(0-1)^2 + (1-1)^2} = 1\,\mathrm{m}.$$

Entonces,

$$V_D = 9 \cdot 10^9\left(\frac{2 \cdot 10^{-3}}{1} + \frac{-3 \cdot 10^{-3}}{1}\right) = -9 \cdot 10^6\,\mathrm{V}.$$

El trabajo es:

$$W = q \cdot (V_C - V_D) = (1 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{C}) \cdot \left(-9 \cdot 10^6 - (-9 \cdot 10^6)\right) = 0.$$

Por lo tanto, el trabajo necesario para trasladar la carga desde C hasta D es cero.

Pregunta B. Opción 2. Campo Electromagnético

a) **Por dos hilos conductores rectilíneos paralelos, separados una cierta distancia, circulan corrientes de igual intensidad. Explique razonadamente, apoyándose en un esquema, si puede ser cero el campo magnético en algún punto entre los dos hilos, suponiendo que las corrientes circulan en sentidos:**
  i. **iguales.**
  ii. **opuestos.**

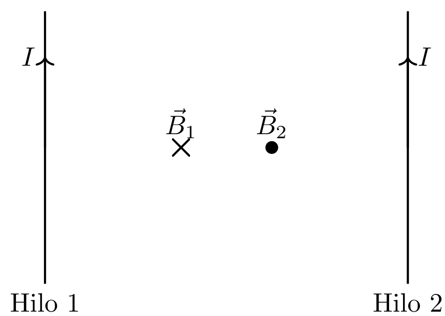
b) **Dos conductores rectilíneos paralelos por los que circula la misma intensidad de corriente están separados una distancia de 20 cm y se atraen con una fuerza por unidad de longitud de $5 \cdot 10^{-8}$ N/m.**
  i. **Justifique si el sentido de la corriente es el mismo en ambos hilos, representando en un esquema el campo magnético y la fuerza entre ambos.**
  ii. **Calcule el valor de la intensidad de corriente que circula por cada conductor.**

Dato: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ **T m A^{-1}**

Solución:

a) **Por dos hilos conductores rectilíneos paralelos, separados una cierta distancia, circulan corrientes de igual intensidad. Explique razonadamente, apoyándose en un esquema, si puede ser cero el campo magnético en algún punto entre los dos hilos, suponiendo que las corrientes circulan en sentidos:**
  i. **iguales.**

Cuando las corrientes circulan en el mismo sentido, los campos magnéticos generados por cada hilo en la región entre ellos tienen direcciones opuestas:



Aplicando la regla de la mano derecha, el campo magnético $\vec{B}_1$ generado por el hilo de la izquierda entre los dos hilos es hacia dentro del plano (entrante), mientras que el campo magnético $\vec{B}_2$ generado por el hilo de la derecha es hacia fuera del plano (saliente). Los módulos de los campos magnéticos en el punto equidistante entre los hilos son:

$$B_1 = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot (d/2)}, \quad B_2 = -\frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot (d/2)}.$$

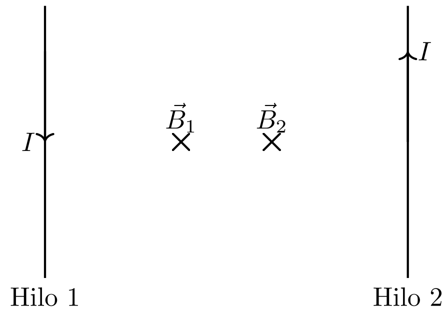
Entonces, el campo magnético total en el punto medio es:

$$\vec{B}_{\text{total}} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = 0.$$

Por lo tanto, cuando las corrientes circulan en el mismo sentido, el campo magnético se anula en un punto entre los hilos.

  ii. **opuestos.**

Cuando las corrientes circulan en sentidos opuestos, los campos magnéticos generados por ambos hilos en la región entre ellos tienen la misma dirección y sentido:



Aplicando la regla de la mano derecha, ambos campos magnéticos $\vec{B}_1$ y $\vec{B}_2$ apuntan en la misma dirección en el espacio entre los hilos. Entonces, el campo magnético total entre los hilos es:

$$\vec{B}_{\text{total}} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 \neq 0.$$

Por lo tanto, cuando las corrientes circulan en sentidos opuestos, el campo magnético nunca se anula entre los hilos.

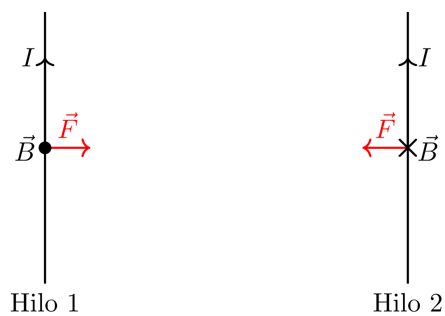
b) **Dos conductores rectilíneos paralelos por los que circula la misma intensidad de corriente están separados una distancia de 20 cm y se atraen con una fuerza por unidad de longitud de $5 \cdot 10^{-8}$ N/m.**

i. **Justifique si el sentido de la corriente es el mismo en ambos hilos, representando en un esquema el campo magnético y la fuerza entre ambos.**

La fuerza magnética por unidad de longitud entre dos conductores paralelos viene dada por (Ley de Lorenz):

$$\frac{F}{L} = \frac{\mu_0 \cdot I_1 \cdot I_2}{2\pi \cdot d}.$$

Dado que los hilos se atraen, la fuerza es atractiva. Esto ocurre cuando las corrientes circulan en el mismo sentido:



Por lo tanto, las corrientes deben tener el mismo sentido para que se atraigan.

ii. **Calcule el valor de la intensidad de corriente que circula por cada conductor.**

Sabemos que:

$$\frac{F}{L} = \frac{\mu_0 \cdot I^2}{2\pi \cdot d}.$$

Despejando I:

$$I = \sqrt{\frac{F}{L} \cdot \frac{2\pi \cdot d}{\mu_0}}.$$

Sustituyendo los valores:

$$I = \sqrt{\frac{5 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{N/m} \cdot 2\pi \cdot 0{,}20\,\mathrm{m}}{4\pi \cdot 10^{-7}\,\mathrm{T \cdot m/A}}} = \sqrt{5 \cdot 10^{-2}} = 0{,}2236\,\mathrm{A}.$$

Por lo tanto, la intensidad de corriente en cada conductor es aproximadamente 0,224 A.

Pregunta C. Opción 1. Óptica

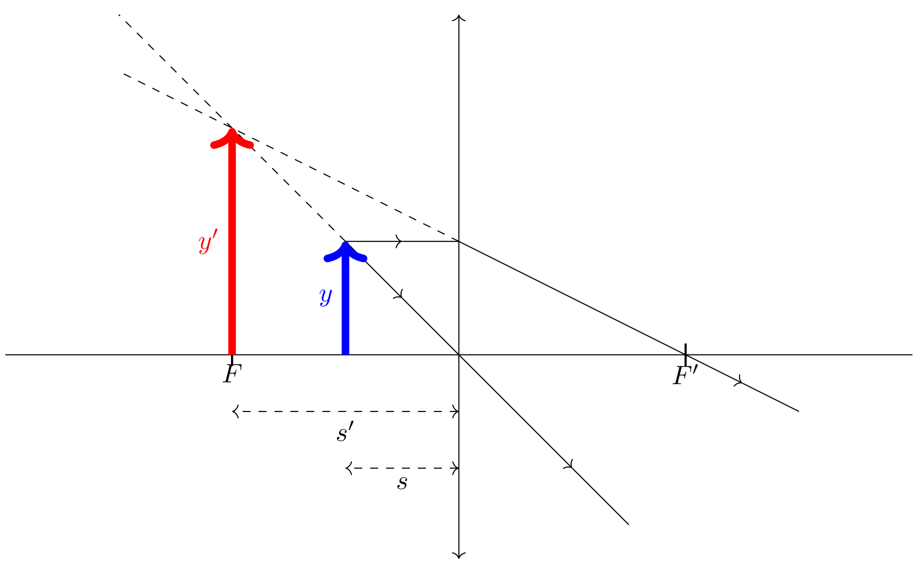
a) **Con una lente delgada queremos obtener una imagen virtual mayor que el objeto. Realice razonadamente el trazado de rayos correspondiente, justifique qué tipo de lente debemos usar y dónde debe estar situado el objeto.**

b) **Sobre una pantalla se desea proyectar la imagen de un objeto que mide 5 cm de alto. Para ello contamos con una lente delgada convergente, de distancia focal 20 cm, y una pantalla situada a la derecha de la lente, a una distancia de 1 m.**
   i. **Indique el criterio de signos usado y determine a qué distancia de la lente debe colocarse el objeto para que la imagen se forme en la pantalla.**
   ii. **Determine el tamaño de la imagen.**
   iii. **Construya gráficamente la imagen del objeto formado por la lente.**

Solución:

a) **Con una lente delgada queremos obtener una imagen virtual mayor que el objeto. Realice razonadamente el trazado de rayos correspondiente, justifique qué tipo de lente debemos usar y dónde debe estar situado el objeto.**

Para obtener una imagen virtual y mayor que el objeto usando una lente delgada, necesitamos una lente convergente. El objeto debe estar situado entre el foco principal objeto (F) y el centro óptico (O) de la lente. En esta posición, los rayos emergentes parecen provenir de una imagen virtual situada detrás del objeto, y dicha imagen es derecha y de mayor tamaño:



Por lo tanto, debemos usar una lente convergente y colocar el objeto entre el foco y la lente para obtener una imagen virtual, derecha y mayor que el objeto.

b) **Sobre una pantalla se desea proyectar la imagen de un objeto que mide 5 cm de alto. Para ello contamos con una lente delgada convergente, de distancia focal 20 cm, y una pantalla situada a la derecha de la lente, a una distancia de 1 m.**
   i. **Indique el criterio de signos usado y determine a qué distancia de la lente debe colocarse el objeto para que la imagen se forme en la pantalla.**

Sabemos que:

$$s' = +100\,\text{cm}, \quad f' = +20\,\text{cm}.$$

Aplicamos la ecuación de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{s'}.$$

Así,

$$\frac{1}{s} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{f} = \frac{1}{100} - \frac{1}{20} = \frac{1-5}{100} = -\frac{4}{100} = -\frac{1}{25} \quad \Rightarrow \quad s = -25\,\text{cm}.$$

Por lo tanto, el objeto debe colocarse a 25 cm a la izquierda de la lente.

ii. Determine el tamaño de la imagen.

El aumento lateral (m) viene dado por:

$$m = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}.$$

Sustituyendo los valores:

$$m = -\frac{100}{25} = -4.$$

Entonces, el tamaño de la imagen es:

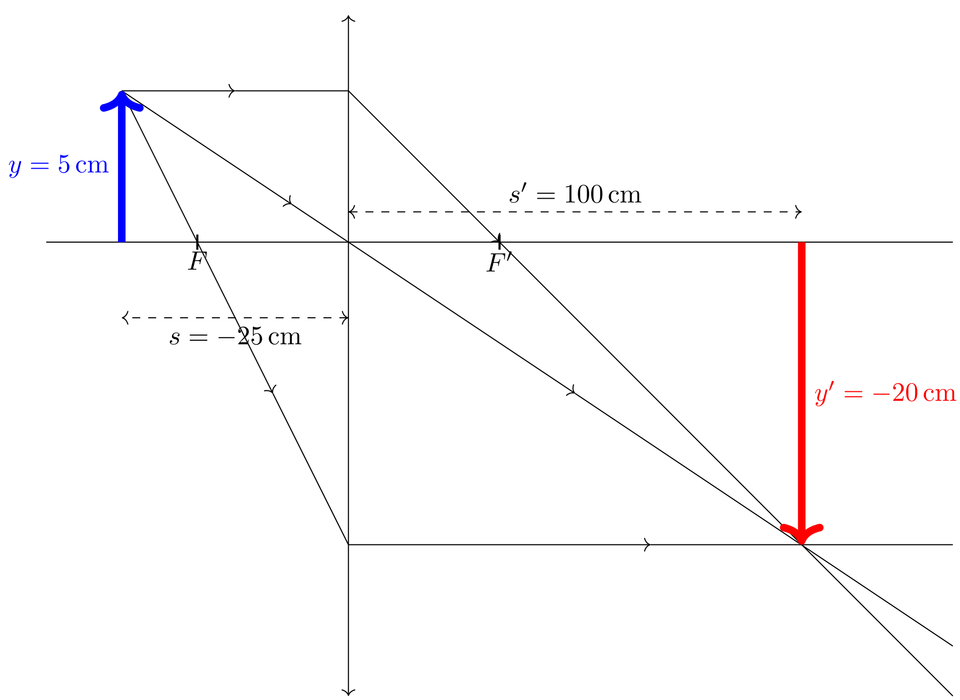
$$y' = m \cdot y = (-4) \cdot (5\,\text{cm}) = -20\,\text{cm}.$$

El signo negativo indica que la imagen está invertida.

Por lo tanto, el tamaño de la imagen es de 20 cm y está invertida.

iii. Construya gráficamente la imagen del objeto formado por la lente.

La construcción pedida es:



Pregunta C. Opción 2. Ondas

a) **Un rayo de luz monocromática duplica su velocidad al pasar de un medio a otro.**
   i. **Represente la trayectoria de un rayo que incide con un ángulo no nulo respecto a la normal, y justifique si puede producirse el fenómeno de la reflexión total.**
   ii. **Determine razonadamente la relación entre las longitudes de onda en ambos medios.**

b) **Un rayo de luz de $8,22 \cdot 10^{14}$ Hz se propaga por el interior de un líquido con una longitud de onda de $1,46 \cdot 10^{-7}$ m.**
   i. **Calcule su longitud de onda en el aire.**
   ii. **Calcule la velocidad del rayo en el líquido y el índice de refracción del líquido.**
   iii. **Si el rayo se propaga por el líquido e incide en la superficie de separación con el aire con un ángulo de 10° respecto a la normal, realice un esquema con la trayectoria de los rayos y calcule los ángulos de refracción y de reflexión.**

Dato: $n_{\text{aire}} = 1$; $c = 3 \cdot 10^8$ m/s

Solución:

a) **Un rayo de luz monocromática duplica su velocidad al pasar de un medio a otro.**
   i. **Represente la trayectoria de un rayo que incide con un ángulo no nulo respecto a la normal, y justifique si puede producirse el fenómeno de la reflexión total.**

Tenemos que:

$$v_1 = 2v_2.$$

Aplicamos la Ley de Snell:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin i}{\sin t} \quad \Rightarrow \quad \frac{2v_2}{v_2} = \frac{\sin i}{\sin t} \quad \Rightarrow \quad 2 = \frac{\sin i}{\sin t}.$$

Despejamos:

$$\sin t = \frac{\sin i}{2}.$$

Dado que $\sin t \leq 1$, para que exista refracción, debemos tener:

$$\sin i \leq 2 \quad \text{(siempre cierto)}.$$

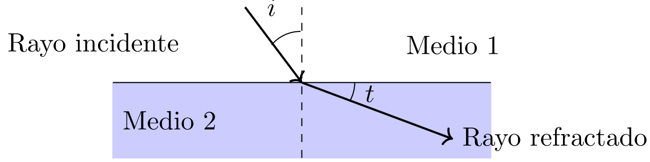
Sin embargo, el ángulo de refracción será mayor que el de incidencia, ya que:

$$t = \arcsin\left(\frac{\sin i}{2}\right) > i.$$

Para determinar si puede ocurrir reflexión total interna, calculamos el ángulo límite (l):

$$\sin l = \frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad l = \arcsin\left(\frac{1}{2}\right) = 30°.$$

Entonces, si el ángulo de incidencia es mayor que 30°, se producirá reflexión total interna:



Por lo tanto, puede producirse reflexión total si el ángulo de incidencia es mayor que 30°.

ii. Determine razonadamente la relación entre las longitudes de onda en ambos medios.

Sabemos que la relación entre las velocidades y las longitudes de onda es:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}.$$

Como $v_1 = 2v_2$, entonces:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2} = 2.$$

Por lo tanto, la longitud de onda en el primer medio es el doble que en el segundo, es decir, $\boldsymbol{\lambda_1 = 2\lambda_2}$.

b) Un rayo de luz de $\mathbf{8,22 \cdot 10^{14}}$ Hz se propaga por el interior de un líquido con una longitud de onda de $\mathbf{1,46 \cdot 10^{-7}}$ m.

i. Calcule su longitud de onda en el aire.

La longitud de onda en el aire es:

$$\lambda_{\text{aire}} = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8\,\text{m/s}}{8{,}22 \cdot 10^{14}\,\text{Hz}} = 3{,}65 \cdot 10^{-7}\,\text{m}.$$

Por lo tanto, su longitud de onda en el aire es $\mathbf{3{,}65 \cdot 10^{-7}}$ m.

ii. Calcule la velocidad del rayo en el líquido y el índice de refracción del líquido.

La velocidad del rayo en el líquido es:

$$v_{\text{líquido}} = \lambda_{\text{líquido}} \cdot f = 1{,}46 \cdot 10^{-7}\,\text{m} \cdot 8{,}22 \cdot 10^{14}\,\text{Hz} = 1{,}2 \cdot 10^8\,\text{m/s}.$$

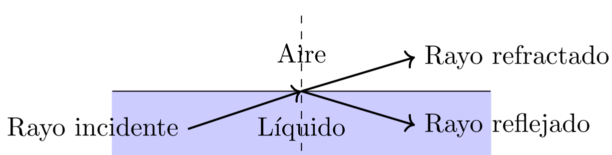
El índice de refracción del líquido es:

$$n_{\text{líquido}} = \frac{c}{v_{\text{líquido}}} = \frac{3 \cdot 10^8\,\text{m/s}}{1{,}2 \cdot 10^8\,\text{m/s}} = 2{,}5.$$

Por lo tanto, la velocidad del rayo en el líquido es $\mathbf{1{,}2 \cdot 10^8}$ m/s y el índice de refracción es 2,5.

iii. Si el rayo se propaga por el líquido e incide en la superficie de separación con el aire con un ángulo de 10° respecto a la normal, realice un esquema con la trayectoria de los rayos y calcule los ángulos de refracción y de reflexión.

El esquema pedido es:



Aplicamos la Ley de Snell:

$$n_{\text{líquido}} \cdot \sin i = n_{\text{aire}} \cdot \sin t \quad \Rightarrow \quad 2{,}5 \cdot \sin 10^\circ = 1 \cdot \sin t.$$

Calculamos $\sin t$:

$$\sin t = 2{,}5 \cdot \sin 10^\circ = 2{,}5 \cdot 0{,}1736 = 0{,}4341.$$

Entonces,

$$t = \arcsin(0{,}4341) = 25{,}73^\circ.$$

El ángulo de reflexión es igual al de incidencia:

$$r = i = 10^\circ.$$

Por lo tanto, el ángulo de refracción es 25,73° y el ángulo de reflexión es 10°.

Pregunta D. Opción 1. Física Moderna

a) Considere un núcleo de ^{28}Si y otro de ^{56}Fe. La masa del núcleo de hierro es el doble que la del núcleo de silicio. Determine, de forma justificada, la relación entre sus longitudes de onda de De Broglie en las siguientes situaciones:
   i. si el momento lineal o cantidad de movimiento es el mismo para los dos.
   ii. si los dos núcleos se mueven con la misma energía cinética.

b) Los neutrones que se emiten en un proceso de fisión nuclear tienen una energía cinética de $1,6 \cdot 10^{-13}$ J.
   i. Determine razonadamente su longitud de onda de De Broglie y su velocidad.
   ii. Calcule la longitud de onda de De Broglie cuando la velocidad de los neutrones se reduce a la mitad.

Dato: $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J s; $m_n = 1,67 \cdot 10^{-27}$ kg

Solución:

a) Considere un núcleo de ^{28}Si y otro de ^{56}Fe. La masa del núcleo de hierro es el doble que la del núcleo de silicio. Determine, de forma justificada, la relación entre sus longitudes de onda de De Broglie en las siguientes situaciones:
   i. si el momento lineal o cantidad de movimiento es el mismo para los dos.

Dado que la masa del núcleo de hierro es el doble que la del silicio:

$$m_{\text{Fe}} = 2m_{\text{Si}}.$$

Si los momentos lineales son iguales:

$$p_{\text{Fe}} = p_{\text{Si}} \quad \Rightarrow \quad m_{\text{Fe}}v_{\text{Fe}} = m_{\text{Si}}v_{\text{Si}}.$$

La longitud de onda de De Broglie es:

$$\lambda = \frac{h}{p}.$$

Entonces,

$$\lambda_{\text{Fe}} = \frac{h}{p_{\text{Fe}}} = \frac{h}{p_{\text{Si}}} = \lambda_{\text{Si}}.$$

Por lo tanto, las longitudes de onda de De Broglie son iguales: $\boldsymbol{\lambda_{\text{Fe}} = \lambda_{\text{Si}}}$.

   ii. si los dos núcleos se mueven con la misma energía cinética.

Si las energías cinéticas son iguales:

$$E_{\text{c,Fe}} = E_{\text{c,Si}}.$$

La energía cinética es:

$$E_{\text{c}} = \frac{1}{2}mv^2.$$

Entonces,

$$\frac{1}{2}m_{\text{Fe}}v_{\text{Fe}}^2 = \frac{1}{2}m_{\text{Si}}v_{\text{Si}}^2 \quad \Rightarrow \quad m_{\text{Fe}}v_{\text{Fe}}^2 = m_{\text{Si}}v_{\text{Si}}^2.$$

Como $m_{\text{Fe}} = 2m_{\text{Si}}$:

$$2m_{\text{Si}}v_{\text{Fe}}^2 = m_{\text{Si}}v_{\text{Si}}^2 \quad \Rightarrow \quad 2v_{\text{Fe}}^2 = v_{\text{Si}}^2.$$

Despejando v_{Si}:

$$v_{\text{Si}} = \sqrt{2}\, v_{\text{Fe}}.$$

Calculamos la relación entre las longitudes de onda:

$$\lambda_{\text{Fe}} = \frac{h}{m_{\text{Fe}}v_{\text{Fe}}}, \quad \lambda_{\text{Si}} = \frac{h}{m_{\text{Si}}v_{\text{Si}}}.$$

Sustituyendo $m_{\text{Fe}} = 2m_{\text{Si}}$ y $v_{\text{Si}} = \sqrt{2}\, v_{\text{Fe}}$:

$$\lambda_{\text{Si}} = \frac{h}{m_{\text{Si}}v_{\text{Si}}} = \frac{h}{m_{\text{Si}}\sqrt{2}\, v_{\text{Fe}}}.$$

Calculamos la relación:

$$\frac{\lambda_{\text{Fe}}}{\lambda_{\text{Si}}} = \frac{\dfrac{h}{2m_{\text{Si}}v_{\text{Fe}}}}{\dfrac{h}{m_{\text{Si}}\sqrt{2}\, v_{\text{Fe}}}} = \frac{m_{\text{Si}}\sqrt{2}\, v_{\text{Fe}}}{2m_{\text{Si}}v_{\text{Fe}}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Se tiene que

$$\lambda_{\text{Si}} = \sqrt{2}\, \lambda_{\text{Fe}}.$$

Por lo tanto, la longitud de onda del silicio es $\sqrt{2}$ veces la del hierro: $\lambda_{\text{Si}} = \sqrt{2}\, \lambda_{\text{Fe}}$.

b) **Los neutrones que se emiten en un proceso de fisión nuclear tienen una energía cinética de $1,6 \cdot 10^{-13}$ J.**

i. **Determine razonadamente su longitud de onda de De Broglie y su velocidad.**

Calculamos la velocidad:

$$E_{\text{c}} = \frac{1}{2}m_n v^2 \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2E_{\text{c}}}{m_n}}.$$

Sustituyendo los valores:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-13}\,\text{J}}{1{,}67 \cdot 10^{-27}\,\text{kg}}} = 1{,}383 \cdot 10^{7}\,\text{m/s}.$$

Calculamos la longitud de onda de De Broglie:

$$\lambda = \frac{h}{m_n v} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\,\text{J s}}{1{,}67 \cdot 10^{-27}\,\text{kg} \cdot 1{,}383 \cdot 10^{7}\,\text{m/s}} = 2{,}87 \cdot 10^{-14}\,\text{m}.$$

Por lo tanto, la velocidad de los neutrones es $1{,}383 \cdot 10^{7}$ m/s y su longitud de onda de De Broglie es $2{,}87 \cdot 10^{-14}$ m.

ii. **Calcule la longitud de onda de De Broglie cuando la velocidad de los neutrones se reduce a la mitad.**

Si la velocidad se reduce a la mitad:

$$v' = \frac{v}{2}.$$

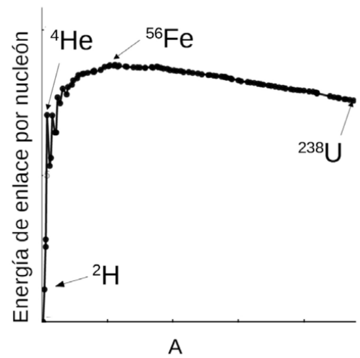
La nueva longitud de onda es:

$$\lambda' = \frac{h}{m_n v'} = \frac{h}{m_n \left(\frac{v}{2}\right)} = \frac{2h}{m_n v} = 2\lambda = 2 \cdot 2{,}87 \cdot 10^{-14}\,\mathrm{m} = 5{,}74 \cdot 10^{-14}\,\mathrm{m}.$$

Por lo tanto, la nueva longitud de onda es el doble de la anterior: $\boldsymbol{\lambda' = 5{,}74 \cdot 10^{-14}}$ m.

Pregunta D. Opción 2. Física Moderna

a) **Basándose en la gráfica, razone si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:**
   i. **El $^{238}_{92}$U es más estable que el $^{56}_{26}$Fe.**
   ii. **El $^{4}_{2}$He es más estable que el $^{2}_{1}$H, por lo que al producirse la fusión nuclear de dos núcleos de $^{2}_{1}$H se desprende energía.**



b) **En algunas estrellas se produce una reacción nuclear en la que el $^{28}_{14}$Si, tras capturar siete partículas alfa, se transforma en $^{A}_{Z}$N.**
   i. **Escriba la reacción nuclear descrita y calcule A y Z.**
   ii. **Calcule la energía liberada por cada núcleo de silicio.**

Dato: $m(^{28}_{14}\text{Si}) = 27,976927$ u; $m(^{A}_{Z}\text{N}) = 55,942129$ u; $m(^{4}_{2}\text{He}) = 4,002603$ u; 1 u $= 1,66 \cdot 10^{-27}$ kg; $c = 3 \cdot 10^{8}$ m/s

Solución:

a) **Basándose en la gráfica, razone si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:**
   i. **El $^{238}_{92}$U es más estable que el $^{56}_{26}$Fe.**

La afirmación es falsa. En la gráfica de energía de enlace por nucleón, el valor para el $^{56}_{26}$Fe es mayor que el del $^{238}_{92}$U. Esto significa que el hierro tiene una mayor energía de enlace por nucleón, lo que indica que es más estable. Un núcleo es más estable cuanto mayor sea su energía de enlace por nucleón, ya que requiere más energía para separar sus nucleones.

Por lo tanto, el $^{56}_{26}$Fe es más estable que el $^{238}_{92}$U.

   ii. **El $^{4}_{2}$He es más estable que el $^{2}_{1}$H, por lo que al producirse la fusión nuclear de dos núcleos de $^{2}_{1}$H se desprende energía.**

La afirmación es verdadera. Según la gráfica, el $^{4}_{2}$He tiene una energía de enlace por nucleón mayor que la del $^{2}_{1}$H. Esto indica que el helio es más estable que el hidrógeno. Al fusionarse dos núcleos de deuterio ($^{2}_{1}$H) para formar un núcleo de helio ($^{4}_{2}$He), el sistema alcanza un estado más estable y libera energía en el proceso, ya que la masa del helio es menor que la suma de las masas de los dos núcleos de deuterio.

Por lo tanto, al fusionarse dos núcleos de $^{2}_{1}$H y formar $^{4}_{2}$He, se desprende energía debido a que el helio es más estable.

b) **En algunas estrellas se produce una reacción nuclear en la que el $^{28}_{14}$Si, tras capturar siete partículas alfa, se transforma en $^{A}_{Z}$N.**
   i. **Escriba la reacción nuclear descrita y calcule A y Z.**

La reacción nuclear es:

$$^{28}_{14}\mathrm{Si} + 7\,^{4}_{2}\mathrm{He} \rightarrow \,^{A}_{Z}\mathrm{N}.$$

Aplicamos la conservación del número de masa (A) y del número atómico (Z):

Conservación del número de masa (A):

$$28 + 7 \cdot 4 = A \quad \Rightarrow \quad 28 + 28 = A \quad \Rightarrow \quad A = 56.$$

Conservación del número atómico (Z):

$$14 + 7 \cdot 2 = Z \quad \Rightarrow \quad 14 + 14 = Z \quad \Rightarrow \quad Z = 28.$$

El elemento con número atómico $Z = 28$ es el níquel (**Ni**). Por lo tanto, el núcleo formado es:

$$^{56}_{28}\mathrm{Ni}.$$

Por lo tanto, $A = 56$ y $Z = 28$, el núcleo formado es $^{56}_{28}$Ni.

ii. Calcule la energía liberada por cada núcleo de silicio.

Primero, calculamos el defecto de masa Δm:

$$\Delta m = \left[m(^{28}_{14}\mathrm{Si}) + 7 \cdot m(^{4}_{2}\mathrm{He})\right] - m(^{56}_{28}\mathrm{Ni}).$$

Sustituyendo los valores proporcionados:

$$\Delta m = [27.976927\,\mathrm{u} + 7 \cdot 4.002603\,\mathrm{u}] - 55.942129\,\mathrm{u}.$$

Calculamos:

$$\Delta m = (27.976927\,\mathrm{u} + 28.018221\,\mathrm{u}) - 55.942129\,\mathrm{u} = 55.995148\,\mathrm{u} - 55.942129\,\mathrm{u} = 0.053019\,\mathrm{u}.$$

Ahora, convertimos el defecto de masa a kilogramos:

$$\Delta m = 0.053019\,\mathrm{u} \cdot 1.66 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg/u} = 8.799 \cdot 10^{-29}\,\mathrm{kg}.$$

Calculamos la energía liberada utilizando $E = \Delta m \cdot c^2$:

$$E = \Delta m \cdot c^2 = 8.799 \cdot 10^{-29}\,\mathrm{kg} \cdot \left(3 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m/s}\right)^2 = 7.919 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{J}.$$

Por lo tanto, la energía liberada por cada núcleo de silicio es $7.92 \cdot 10^{-12}$ J.